

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa/parziale di Matematica Generale (Cdl. EF)
Prof. Giovanni Masala – gennaio 2025



Domanda 1 (punti 3, 6).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{(x^2 - 16) \cdot \sqrt{x^2 - 5x}}{x + 2}$$

Dominio	$E = (-\infty, 0] \cup [5, +\infty) / \{-2\}$
Positività	$P = (-4, -2) \cup (5, +\infty)$
Intersezioni	$A(-4; 0) \quad B(0; 0) \quad C(5; 0)$

Domanda 2 (punti 3, 6).**

Calcolare i seguenti limiti: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{9x^2 - 5x + 3} - \sqrt{9x^2 + 4x - 3})$ e $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 \cdot e^{2-x} - 8}{x^4 - 3x^2 - 4}$

Soluzioni	$-3/2; 1/5$
-----------	-------------

Domanda 3 (punti 3, 6).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = x^2 - 4x + 8 \log(x + 3) - 21$

Derivata prima	$f' = \frac{2(x-1) \cdot (x+2)}{x+3} \quad E = (-3, +\infty)$
Estremi	$M(-2; -9) \quad m(1; 8 \log 4 - 24)$ cresce in $(-3, -2) \cup (1, +\infty)$

Domanda 4 (punti 3, 6).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = e^x \cdot (x^2 - 9x + 22)$

Derivata prima	$f' = e^x \cdot (x^2 - 7x + 13) \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = e^x \cdot (x^2 - 5x + 6)$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(2; 8e^2); F_2(3; 4e^3)$ convessa in $(-\infty, 2) \cup (3, +\infty)$

Domanda 5 (punti 2, 6).**

Determinare gli asintoti della funzione: $f(x) = \frac{2x^4 - 4x^3 - 6x + 1}{(x^2 - 1) \cdot (x + 2)}$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{-2, -1, 1\}$
As. verticali	$x = -2, x = -1$ e $x = 1$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 2x - 8$

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Domanda 6 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):



$$\int_0^1 \left(\frac{\sqrt{x}-4}{\sqrt{x}-2} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x \cdot \log(4x) dx$$

Integrale definito	primitiva: $x - 4\sqrt{x} - 8\log \sqrt{x}-2 $ $8\log 2 - 3 \approx 2,545$
Integrale indefinito	$\frac{1}{4}x^2 \cdot (2\log(4x) - 1) + c$

Domanda 7 (punti 3, 4*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} k \cdot x - y + 4z = 2 \\ 2x + y + k \cdot z = -3 \\ 3x + 2y - 5z = 1 \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -3; -1$ incompatibile $k \neq -3; -1$: sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{5k+23}{2(k^2+4k+3)}; y = \frac{k^2-21k-64}{2(k^2+4k+3)}; z = -\frac{7k+13}{2(k^2+4k+3)}$

Domanda 8 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = x^2 + 4x \cdot y + x - y^2 + 2y + 2$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = 2x + 4y = 1$.

Derivate parziali	$f_x = 2x + 4y + 1 \quad f_y = 4x - 2y + 2$
Estremi liberi	$S(-1/2; 0) \quad z = 7/4 \quad H = -20$
Estremi vincolati	$M(1/2; 0) \quad \lambda = 1 \quad z = 11/4$ $H = 40$

Domande teoriche.

- 1) Il teorema di Lagrange con esempio e significato geometrico (punti 2, 4*)
- 2) Il legame tra continuità e derivabilità (punti 2, 4*)
- 3) Enunciato e conseguenze del teorema di Torricelli (punti 2, 4*)

*Punteggi solo II parte contrassegnati con * (solo I parte con **).*